5. cvičení z Matematiky 2

Matěj Novotný

23.3.2016

Úlohy na cvičení

G1 Vyšetřete existenci derivace (totálního diferenciálu) $(0, 0)$ u funkcí

$$a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \quad b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

G2 Nalezněte rovnici tečné roviny k elipsoidu

$$x^2 + 2y^2 + z^2 = 13,$$

která je rovnoběžná s rovinou $2x + 4y + z = 0$.

G3 Najděte tečnou rovinu k elipsoidu

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = \frac{100}{81},$$

která vytíná na všech souřadnicových osách stejné úseky.

G4 Derivace složené funkce. Spočtěte parciální derivace ve všech směrech funkce $f \circ g$, jsou-li f a g zadány jako

$$a)\ f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = xe^y + 2z, \quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad g(t) = (t^2, e^t, 1).$$

$$b)\ f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f_1(x, y) = xy, \quad f_2(x, y) = x^2 + y^2, \quad g_1(\alpha, \beta) = \cos \alpha, \quad g_2(\alpha, \beta) = -\sin(\alpha\beta).$$

G5 Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2}$ na obdélníku s rohy $(0, 0), (1, 0), (0, 3), (1, 3)$.

G6 Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y, z) = e^{x+y+z}$ na množině $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.